

Физика. 10 класс

1 вариант

Ответы

Задача 1.

1 При движении ракеты по круговой орбите ее центростремительное ускорение создается

силой гравитации луны. Из второго закона Ньютона:

$GM_M/R^2 = Mv_0^2/R$ где $R = R_M + h$ - радиус первичной орбиты, $v_0 = (GM_M/R)^{1/2}$ - скорость ракеты по круговой орбите.

Принимая ускорение свободного падения на Луне - $g_M = GM_M/R_M^2$ получаем:

$$v_0 = (g_M R_M^2/R)^{1/2} = R_M \sqrt{\frac{g_M}{R_M + h}} \quad (1).$$

После торможения скорость ракеты будет оставаться перпендикулярной радиус-вектору ОА. Двигатель посылает тангенциальный импульс к ракете. Ракета должна затем двигаться вдоль эллиптической траектории с фокусом в центре Луны.

2 Обозначая скорость ракеты в точках А и В как v_A и v_B , мы можем написать уравнения для сохранения энергии и момента импульса ракеты следующим образом:

$$Mv_A^2/2 - GM_M/R = Mv_B^2/2 - GM_M/R_M \quad (2)$$

$$Mv_A R = Mv_B R_M \quad (3).$$

3 Решая уравнения (2) и (3), вместе находим $v_A = \sqrt{2G \frac{M_M R_M}{R(R + R_M)}}$.

Принимая во внимание (1), получаем $v_A = v_0 \sqrt{\frac{2R_M}{R + R_M}}$

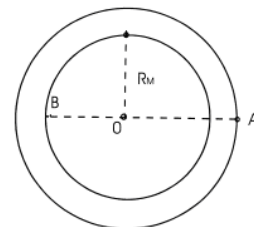
4 Таким образом, изменение скорости ракеты Δv в точке А должно быть:

$$\Delta v = v_0 - v_A = v_0 \left(1 - \sqrt{\frac{2R_M}{R + R_M}} \right) = v_0 \left(1 - \sqrt{\frac{2R_M}{2R_M + h}} \right) = 24 \text{ м/с}.$$

5 Поскольку двигатель включается на короткое время, в системе сохраняется импульс «Ракетного топлива» можно записать в виде $(M - m)\Delta v = m u$.

где m - масса сгоревшего топлива.

6 Это дает $m = \Delta v M / (u + \Delta v)$ Разрешить для $\Delta v \ll u$ находим $m \approx \Delta v M / u = 29 \text{ кг}$



Задача 2

1 Сжатие воздуха в теле лягушки (ротовая полость и легкие) происходит изотермически, поэтому можно применить закон Бойля — Мариотта:

$$p_0 v = (p_0 + \rho g H)(v - \Delta v).$$

При погружении на искомую глубину H средняя плотность лягушки должна сравняться с плотностью воды, то есть ее объем должен стать равным $m/\rho = 50.1 \text{ мл}$.

2 Уменьшение объема тела на величину $\Delta v = V - m/\rho = 0.2 \text{ мл}$ происходит практически только за счёт сжатия воздуха в теле лягушки (ротовая полость и легкие).

3 Объем воздуха в теле лягушки становится равным $v - \Delta v = 2.3 \text{ мл}$.

4 Таким образом, лягушка сможет всплыть, не совершая никаких движений, с глубины, немного меньшей $H = \rho_0 \Delta v / (\rho g (v - \Delta v)) \leq 87$ см.

Задача 3

1 Пусть E — ЭДС батарейки, r — её внутреннее сопротивление, x — искомое сопротивление неизвестного резистора. Запишем для каждого из трёх описанных в условии задачи случаев закон Ома для полной цепи:

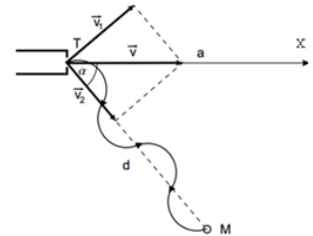
$$E = I(r + R), E = (3I/4)(r + R + x), E = (6I/5)(r + Rx/(R+x)),$$

2 Полученная система уравнений сводится к квадратному уравнению $x^2 + Rx - 2R^2 = 0$ относительно x .

3 Решая его, находим, что $x = R$

Задача 4

1 Компонента $\sim v_1$ начальной скорости $\sim v$, которая перпендикулярна магнитному полю (см. рис), проявится при действии силы Лоренца и во время движения электрон будет равномерно вращаться вокруг линии, параллельной магнитному полю (ТМ).



Компонента $\sim v_2$, параллельная магнитному полю, останется постоянной во время движения, это будет скорость равномерного прямолинейного движения. Величины составляющих скорости могут быть выражены как:

$$v_1 = v \sin \alpha \quad v_2 = v \cos \alpha.$$

Обозначая через N количество витков спирали, которые возникнут за время движения электрона а $L = 2\pi RN$ — длина спирали получаем время для двух движений:

$$2 \text{ С одной стороны: } T = \frac{d}{v_2} = \frac{d}{v \cos \alpha} \text{ с другой стороны: } T = \frac{L}{v_1} = \frac{2\pi RN}{v \sin \alpha}$$

3 Следовательно, мы можем рассчитать радиус круговой траектории

$$r = \frac{d \sin \alpha}{2\pi N \cos \alpha}.$$

4 Однако сила Лоренца должна быть приравнена к центростремительной силе.

$$Bev \sin \alpha = \frac{m_e v^2 \sin^2 \alpha}{r} = \frac{m_e v^2 \sin^2 \alpha}{\frac{d \sin \alpha}{2\pi N \cos \alpha}}.$$

Следовательно,

$$B = \frac{m_e v^2 \sin^2 \alpha 2\pi N \cos \alpha}{d \sin \alpha e v \sin \alpha} = \frac{2\pi N m_e v \cos \alpha}{de}.$$

5 Из закона сохранения энергии $\frac{m_e v^2}{2} = eU$? Скорость $v = \sqrt{\frac{2Ue}{m_e}}$

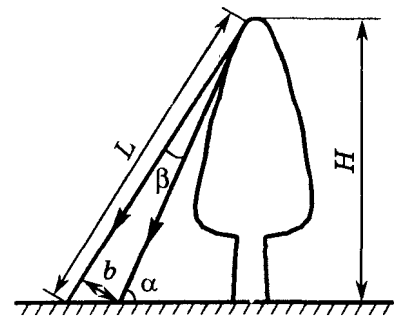
Подставляя в (6), получаем $B = \frac{2\pi N \cos \alpha}{d} \sqrt{\frac{2Ue}{m_e}}$

6 Численно получаем $B = N \cdot 6,70 \cdot 10^{-3}$, так как $B < 0,013$ Тл то $N=1$, $B = 6,70 \cdot 10^{-3}$ Тл.

Задача 5

1 Описанное в условии задачи явление объясняется тем, что свет от Солнца образует на земле изображение отверстия, когда экран (земля) находится близко, и дает изображение источника, когда стена далеко.

Солнечные лучи, пройдя сквозь маленькое отверстие, образуют в пространстве круговой конус; поэтому самые крупные пятна созданы светом, прошедшим через отверстия вблизи вершины дерева. Угол при вершине конуса равен β . Диаметр кругового сечения этого конуса на уровне земли равен b .



2 Учитывая, что $b = L\beta$ и $H = L \sin\alpha$, получаем $H = b^2/\beta\alpha = 9,7$ м

3 Из-за наклонного падения световых лучей пятно на земле имеет форму эллипса с большой осью $a = b/\sin\alpha$. $\sin\alpha = b/a = 0,75$, откуда $\alpha = 49^\circ$.

Физика. 10 класс

2 вариант

Ответы

Задача 1

1 При движении ракеты по круговой орбите ее центростремительное ускорение создается силой гравитации луны. Из второго закона Ньютона:

$$GM_M/R^2 = Mv_0^2/R$$

где $R = R_M + h$ - радиус первичной орбиты,

$v_0 = (GM_M/R)^{1/2}$ - скорость ракеты на круговой орбите.

Принимая ускорение свободного падения на Луне - $g_M = GM_M/R_M^2$

$$\text{получаем: } v_0 = (g_M R_M^2/R)^{1/2} = R_M \sqrt{\frac{g_M}{R_M+h}} \quad (1)$$

Двигатель посылает тангенциальный импульс к ракете. Ракета должна затем двигаться вдоль эллиптической траектории с фокусом в центре Луны из точки А в точку С.

Скорость ракеты в точках А и С представим как v_A и v_C , Δv - изменение скорости ракеты в точке С.

2 Запишем уравнения для сохранения энергии и момента импульса ракеты следующим образом:

$$M(v_0^2 + \Delta v^2)/2 - GM_M/R = Mv_C^2/2 - GM_M/R_M \quad (2)$$

$$Mv_0 R = Mv_C R_M \quad (3)$$

3 Вектор Δv направлен перпендикулярно вектору v_0 , что дает

$$\vec{v}_A = \vec{v}_0 + \Delta \vec{v} \quad v_A = \sqrt{v_0^2 + \Delta v^2}$$

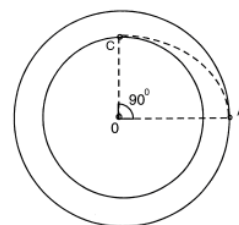
4 Решая уравнения (2) и (3) совместно и учитывая (1), находим

$$\Delta v = \sqrt{g_M \frac{(R-R_M)^2}{R}} \cong h \sqrt{\frac{g_M}{R_M+h}} \cong 97 \text{ м/с}$$

5 Используя закон сохранения импульса $(M - m)\Delta v = mv$, получаем

где m - масса сгоревшего топлива.

6 Это дает $m = \Delta v M / (u + \Delta v)$. Разрешить для $\Delta v \ll u$ находим $m = \Delta v M / u \cong 116 \text{ кг}$



Задача 2

1 Сжатие воздуха в теле лягушки (ротовая полость и легкие) происходит изотермически, поэтому можно применить закон Бойля — Мариотта:

$$p_0 v = (p_0 + \rho g H)(v - \Delta v).$$

2 При погружении на искомую глубину H средняя плотность лягушки должна сравняться с плотностью воды, то есть ее объем должен стать равным $m/\rho = 50.1 \text{ мл}$.

Уменьшение объема тела на величину $\Delta v = V - m/\rho = 0.2 \text{ мл}$ происходит практически только за счёт сжатия воздуха в теле лягушки (ротовая полость и легкие).

3 Таким образом, лягушка вдохнула объем воздуха перед прыжком:

$$v = \Delta v (p_0 + \rho g H) / \rho g H = 2.2 \text{ мл}$$

Задача 3

1 Пусть E — ЭДС батарейки, r — её внутреннее сопротивление, x — искомое сопротивление неизвестного резистора. Запишем для каждого из трёх описанных в условии задачи случаев закон Ома для полной цепи:

$$E = I(r + R), \quad E = (2I/3)(r + R + x), \quad E = (3I/2)(r + Rx/(R+x)),$$

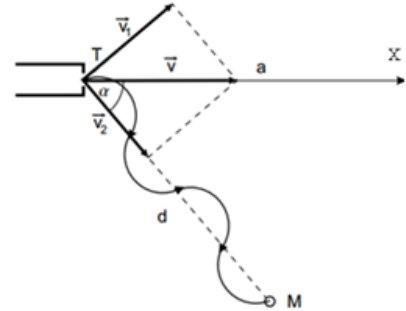
2 Полученная система уравнений сводится к квадратному уравнению

$$2x^2 + 4Rx - 3R^2 = 0 \text{ относительно } x.$$

3 Решая его, находим, что $x = (\sqrt{10}-2) R / 2$

Задача 4

1 Компонента $\sim v_1$ начальной скорости $\sim v$, которая перпендикулярна магнитному полю (см. рис), проявится при действии силы Лоренца и во время движения электрон будет равномерно вращаться вокруг линии, параллельной магнитному полю (ТМ).



Компонента $\sim v_2$, параллельная магнитному полю, останется постоянной во время движения, это будет скорость равномерного прямолинейного движение. Величины составляющих скорости могут быть выражены как:

$$v_1 = v \sin \alpha \quad v_2 = v \cos \alpha.$$

Обозначая через N количество винтов спирали, которые возникнут за время движения электрона а $L=2\pi RN$ – длина спирали получаем время для двух движений:

$$2 \text{ С одной стороны: } T = \frac{d}{v_2} = \frac{d}{v \cos \alpha} \text{ с другой стороны: } T = \frac{L}{v_1} = \frac{2\pi RN}{v \sin \alpha}$$

$$Bev \sin \alpha = \frac{m_e v^2 \sin^2 \alpha}{r} = \frac{m_e v^2 \sin^2 \alpha}{\frac{d \sin \alpha}{2\pi N \cos \alpha}}. \quad B = \frac{m_e v^2 \sin^2 \alpha 2\pi N \cos \alpha}{d \sin \alpha ev \sin \alpha} = \frac{2\pi N m_e v \cos \alpha}{de}.$$

3 Следовательно, мы можем рассчитать радиус круговой траектории

$$r = \frac{d \sin \alpha}{2\pi N \cos \alpha}.$$

4 Однако сила Лоренца должна быть приравнена к центростремительной силе.

$$5 \text{ Из закона сохранения энергии } \frac{m_e v^2}{2} = eU? \text{ Скорость } v = \sqrt{\frac{2Ue}{m_e}}$$

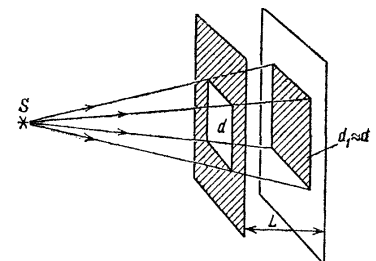
$$\text{Подставляя в (6), получаем } B = \frac{2\pi N \cos \alpha}{d} \sqrt{\frac{2Ue}{m_e}}$$

6 Численно получаем $B = N \cdot 6,70 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$, так как $B < 0,015 \text{ Тл}$, то $N=2$.

Задача 5

Зеркало ограничивает (подобно диафрагме) пучок падающих на него прямолинейных солнечных лучей и изменяет их направление.

Изменение направления лучей при их отражении не играет принципиальной роли в вопросе о форме образующегося на стене освещенного пятна. Поэтому достаточно рассмотреть ограничение пучка солнечных лучей отверстием такой же формы и размеров, как и зеркало.



1 Описанное в условии задачи явление объясняется тем, что свет от Солнца образует на стене изображение отверстия или зеркала, когда стена находится близко, и дает изображение источника, когда стена далеко.

Ширина полутени $d'=\alpha L$, где L — расстояние от отверстия до стены. Форма солнечного зайчика повторяет форму зеркала при условии, когда ширина полутени много меньше размеров светлого пятна (т. е. размеров зеркала): $\alpha L \ll d$. Тогда $L < d/\alpha = 10\text{ м}$.

В нашем случае $d=5\text{ м}$, то есть форма солнечного зайчика будет повторять форму зеркала.

2 Почему? В первом приближении Солнце можно считать точечным источником S . Тогда освещенное пятно представляет собой центральную проекцию отверстия на плоскость стены. Центр проекции S расположен очень далеко, поэтому все лучи практически параллельны.

Во взаимном расположении зеркала и стены возможны 4 случая:

3 Если плоскости зеркала и стены параллельны, то форма и размер освещенного пятна d_1 совпадают с формой и размером отверстия (зеркала) d : $d_1=d$.



4 Если наклонить нормаль к плоскости зеркала на угол β относительно направления на Солнце, то размер светлого пятна в соответствующем направлении уменьшается: $d_1=d \cos \beta$. Светлое пятно на стене имеет форму прямоугольника.

5 Если наклонить нормаль к стене на угол γ , то размер пятна увеличивается: $d_1=d/\cos \gamma$. Светлое пятно на стене имеет форму прямоугольника.

6 Если одновременно наклонить экран и стену относительно направления лучей в разных плоскостях, то светлое пятно будет иметь форму параллелограмма.

Физика. 10 класс

3 вариант

Ответы

Задача 1

1 При движении ракеты по круговой орбите ее центростремительное ускорение создается силой гравитации луны. Из второго закона Ньютона:

$$GMm_M/R^2 = Mv_0^2/R$$

где $R = R_M + h$ - радиус первичной орбиты,

$v_0 = (GM_M/R)^{1/2}$ - скорость ракеты на круговой орбите.

Принимая ускорение свободного падения на Луне - $g_M = GM_M/R_M^2$

$$\text{получаем: } v_0 = (g_M R_M^2/R)^{1/2} = v_0 = (g_M R_M^2/R)^{1/2} = R_M \sqrt{\frac{g_M}{R_M+h}} \quad (1)$$

2 Двигатель посылает тангенциальный импульс к ракете. Ракета должна затем двигаться вдоль эллиптической траектории с фокусом в центре Луны из точки С в точку А. Скорость ракеты в точках А и С как v_A и v_C , Δ

v_2 - изменение скорости ракеты в точке С запишем уравнения для сохранения энергии и момента импульса ракеты следующим образом:

$$M(v_0^2 + \Delta v^2)/2 - GMm_M/R^2 = Mv_C^2/2 - GMm_M/R_M^2 \quad (2)$$

$$Mv_0R = Mv_C R_M \quad (3)$$

3 Вектор Δv направлен перпендикулярно вектору v_0 , что дает

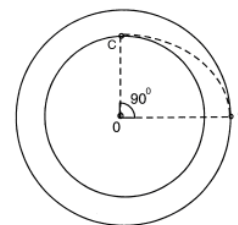
$$\vec{v}_A = \vec{v}_0 + \Delta \vec{v} \quad v_A = \sqrt{v_0^2 + \Delta v^2}$$

4 Решая уравнения (2) и (3) совместно и учитывая (1), находим

$$v = \sqrt{g_M \frac{(R-R_M)^2}{R}} \cong h \sqrt{\frac{g_M}{R_M+h}} \cong 97 \text{ м/с}$$

5 Используя закон сохранения импульса $(M - m)\Delta v = mv$, получаем где m - масса сгоревшего топлива.

$$6 \text{ Это дает } u = (M-m) \Delta v/m = 11543 \text{ м / с}$$



Задача 2

1 Сжатие воздуха в теле лягушки (ротовая полость и легкие) происходит изотермически, поэтому можно применить закон Бойля — Мариотта:

$$p_0 v = (p_0 + \rho gH) (v - \Delta v).$$

2 При погружении на искомую глубину H средняя плотность лягушки должна сравняться с плотностью воды, то есть ее объем должен стать равным m/ρ .

Уменьшение объема тела на величину $\Delta v = V - m/\rho$ происходит практически только за счёт сжатия воздуха в теле лягушки (ротовая полость и легкие).

3 Подставляя в закон Бойля — Мариотта получаем, что масса лягушка:

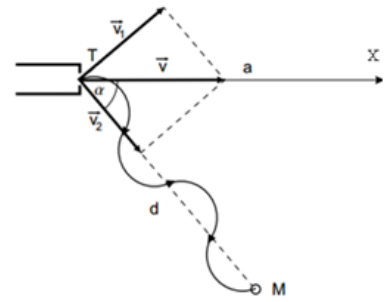
$$m = \rho (V - v + p_0/(p_0 + \rho gH)) = 50,2 \text{ г.}$$

Задача 3

1 Пусть E — ЭДС батарейки, r — её внутреннее сопротивление, x — искомое сопротивление неизвестного резистора. Запишем для каждого из трёх описанных в условии задачи случаев закон Ома для полной цепи:

$$E = I(r + R), E = (I/2) (r + R + x), E = (5I/3) (r + Rx/(R+x)),$$

2 Полученная система уравнений сводится к квадратному уравнению $2x^2 + 2Rx - R^2 = 0$ относительно x .
 3 Решая его, находим, что $x = (\sqrt{3}-1) R / 2$



Задача 4

1 Компонента $\sim v_1$ начальной скорости $\sim v$, которая перпендикулярна магнитному полю (см. рис), проявится при действии силы Лоренца и во время движения электрон будет равномерно вращаться вокруг линии, параллельной магнитному полю (ТМ).

Компонента $\sim v_2$, параллельная магнитному полю, останется постоянной во время движения, это будет скорость равномерного прямолинейного движение. Величины составляющих скорости могут быть выражены как:

$$v_1 = v \sin \alpha \quad v_2 = v \cos \alpha.$$

Обозначая через N количество винтов спирали, которые возникнут за время движения электрона а $L=2\pi RN$ – длина спирали получаем время для двух движений:

$$2 \text{ С одной стороны: } T = \frac{d}{v_2} = \frac{d}{v \cos \alpha} \text{ с другой стороны: } T = \frac{L}{v_1} = \frac{2\pi RN}{v \sin \alpha}$$

3 Следовательно, мы можем рассчитать радиус круговой траектории

$$r = \frac{d \sin \alpha}{2\pi N \cos \alpha} \quad Bev \sin \alpha = \frac{m_e v^2 \sin^2 \alpha}{r} = \frac{m_e v^2 \sin^2 \alpha}{\frac{d \sin \alpha}{2\pi N \cos \alpha}}$$

4 Однако сила Лоренца должна быть приравнена к центростремительной силе.

$$\text{Следовательно, } d = \frac{m_e v^2 \sin^2 \alpha 2\pi N \cos \alpha}{B \sin \alpha e v \sin \alpha} = \frac{m_e 2\pi N v \cos \alpha}{B e}$$

5 Из закона сохранения энергии $\frac{m_e v^2}{2} = eU$. Скорость $v = \sqrt{\frac{2Ue}{m_e}}$

Подставляя в (6), получаем $d = \frac{2\pi N \cos \alpha}{B} \sqrt{\frac{2Ue}{m_e}}$

6 Численно получаем $d = \frac{N}{B} \cdot 0.335 \cdot 10^{-3}$, для $N=3$, $d=15$ см.

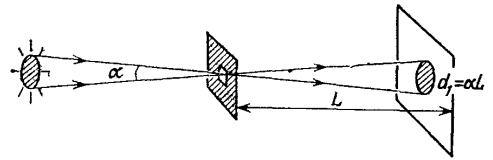
Задача 5

Зеркало ограничивает (подобно диафрагме) пучок падающих на него прямолинейных солнечных лучей и изменяет их направление.

Изменение направления лучей при их отражении не играет принципиальной роли в вопросе о форме образующегося на стене освещенного пятна. Поэтому достаточно рассмотреть ограничение пучка солнечных лучей отверстием такой же формы и размеров, как и зеркало.

1 Описанное в условии задачи явление объясняется тем, что свет от Солнца образует на стене изображение отверстия или зеркала, когда стена находится близко, и дает изображение источника, когда стена далеко.

Ширина полутени $d_1 = \alpha L$, где L — расстояние от отверстия до стены. Форма солнечного зайчика повторяет форму зеркала при условии, когда ширина полутени много меньше размеров светлого пятна (т. е. размеров зеркала): $\alpha L \ll d$. Тогда $L < d/\alpha = 10$ м.



В нашем случае $d=15\text{м}$, то есть форма солнечного зайчика будет повторять форму источника.

2 Почему? В первом приближении Солнце можно считать точечным источником S. Тогда освещенное пятно представляет собой центральную проекцию отверстия на плоскость стены. Центр проекции S расположен близко, поэтому лучи представляют собой сечение плоскостью кругового конуса солнечных лучей с вершиной в отверстии и углом α при вершине, равным угловому диаметру Солнца.

Во взаимном расположении зеркала и стены возможны 2 случая:

3 Если стена перпендикулярна оси конуса лучей, то светлое пятно представляет собой круг диаметром $d_1 = \alpha L$ при $d \ll d_1 = \alpha L$

4 При наклоне стены на угол γ этот круг превращается в эллипс с большей осью $d_2 = d_1 / \cos \gamma = \alpha L / \cos \gamma$ при $L \gg 100d$.